

# Wirkungsgradoptimierung einer Asynchronmaschine bei der feldorientierten Regelung

Dr.-Ing. Yashar Kouhi, Univ. Prof. Dr.-Ing. Jana Kertzscher  
Institut für Elektrotechnik, TU Bergakademie Freiberg

## Kurzfassung

In diesem Beitrag wird ein analytischer Ausdruck für die Bestimmung des Sollwerts der Läuferflussverkettung einer Asynchronmaschine (ASM) bei der feldorientierten Regelung vorgestellt. Dieser Wert wird durch das Lösen des Wirkungsgradoptimierungsproblems für jeden Betriebspunkt hergeleitet. Bei der Berechnung werden die Begrenzung der Spannungen sowie der Ströme als Nebenbedingungen in Betracht gezogen. Dieser Algorithmus eignet sich für industrielle Anwendungen, aber auch für Traktionsantriebe, die mit ASM betrieben werden.

## Abstract

In this contribution, an analytic expression for the reference value of the flux linkage of an induction machine during field oriented control is proposed. This value results from solving the efficiency optimization problem of the ASM at each operational point. The restrictions on the motor voltages and currents are also considered in the optimization problem as constraints. The proposed method is suitable for industrial applications such as electric cars equipped with induction motors.

## 1 Einleitung

Das Potenzial zur Verbesserung des Wirkungsgrads einer ASM während der feldorientierten Regelung ist bekannt und wurde bereits weithin in Literatur in Form von Optimierungsproblemen im stationären Betrieb betrachtet. Diese Optimierungsaufgaben erscheinen entweder in Form der Bestimmung der Motorströme  $i_{1x}$  und  $i_{1y}$  im Läuferfluss-Koordinatensystem, siehe z.B. [11], oder der Bestimmung des Sollwerts des Läuferflusses  $\Psi_{2x}$ , siehe z.B. [1, 8, 10]. Allerdings verfolgen beide Methoden das gleiche Prinzip, die gesamte Verluste zu minimieren. Dementsprechend führen die Lösungen der Optimierungen für das selbe Verlustmodell zu den selben Ergebnissen, da ein direkter Zusammenhang zwischen den Strömen und der Flussverkettung im stationären Betrieb besteht. Der Hauptunterschied zwischen den Ergebnissen der Literatur besteht darin, ob alle Verlustanteile aus Nebeneffekten, wie Sättigung oder die Änderung der Parameter der ASM vollständig in die Berechnung der Verluste einbezogen werden. Aufgrund der großen Ordnung der Kostenfunktion wird die Lösung des Optimierungsproblems numerisch [1, 10] oder durch eine Lookup Tabelle [8] berechnet. Ersteres führt zu hohem Rechenaufwand und letzteres kann nicht direkt auf alle Motoren angewendet werden. Mit einer analytischen Lösung für dieses Optimierungsproblem werden wir in dieser Arbeit eine konkrete Formel vorstellen, die bei Anwendungen an allen Motoren einfach umzusetzen ist.

Der Beitrag ist wie folgt strukturiert. In Abschnitt 2 wird kurz das Standard-Motormodell im Läuferfluss-Koordinatensystem und in der normierten Form vorgestellt. Zudem werden alle

Verlustanteile der ASM vorgestellt und bezüglich des Läuferflusses, der Drehzahl und des Lastmoments formuliert. In Abschnitt 3 wird die Problemstellung definiert und eine Lösung dazu gerechnet. In Abschnitt 4 werden anhand eines Simulationsbeispiels die Verwendbarkeit des Algorithmus demonstriert und die Ergebnisse für die FOR Regelung mit konstanten Werten (konstante Werte im Grunddrehzahlbereich und Anpassung im Feldschwächbereich) sowie optimierten Werten des Läuferflusses verglichen.

## 2 Modell und Ersatzschaltbild der ASM mit Eisen- und Zusatzverlusten

Das Modell einer Käfigläufer-Asynchronmaschine im Läuferfluss-Koordinatensystem  $(x, jy)$  und in der normierten Form wird durch die folgenden Gleichungen ausgedrückt:

$$\frac{1}{\omega_B} \frac{d\underline{\Psi}_1}{dt} = \underline{u}_1 - R_1 \underline{i}_1 - j\omega_1 \underline{\Psi}_1 \quad (1)$$

$$\frac{1}{\omega_B} \frac{d\underline{\Psi}_2}{dt} = -R_2 \underline{i}_2 - j(\omega_1 - \omega) \underline{\Psi}_2, \quad (2)$$

$$\underline{\Psi}_1 = X_1 \underline{i}_1 + X_h \underline{i}_2, \quad (3)$$

$$\underline{\Psi}_2 = X_h \underline{i}_1 + X_2 \underline{i}_2, \quad (4)$$

siehe beispielsweise [3, 9]. In dieser Beschreibung beziehen sich  $R_1$  und  $R_2$  auf die Ständer- bzw. Läuferwiderstände.  $\omega_1$  und  $\omega$  stellen die synchrone und elektrische Winkelgeschwindigkeit dar. Die Vektoren  $\underline{\Psi}_1 = [\psi_{1x} \ \psi_{1y}]^\top$  und  $\underline{\Psi}_2 = [\psi_{2x} \ 0]^\top$  repräsentieren der Ständer- bzw. der Läuferflussverkettung, während die Vektoren  $\underline{i}_1 = [i_{1x} \ i_{1y}]^\top$  und  $\underline{i}_2 = [i_{2x} \ i_{2y}]^\top$  die Ströme des Ständers bzw. des Läufers sind.  $\underline{u}_1 = [u_{1x} \ u_{1y}]^\top$  ist der Vektor, dessen Elemente sich auf die Spannungen des Ständers beziehen. Die Bezugsgröße für die Frequenz  $\omega_B$  ist eine Konstante, die durch die Gleichung  $\omega_B := 2\pi f_B$  definiert wird, wobei  $f_B$  die Bemessungsfrequenz des Asynchronmotors ist.  $X_1$  und  $X_2$  sind die Ständer- bzw. die Läuferreaktanzen. Sie werden durch  $X_1 = X_h + X_{\sigma 1}$  und  $X_2 = X_h + X_{\sigma 2}$  definiert, wobei  $X_h$  die Hauptreaktanzen,  $X_{\sigma 1}$  und  $X_{\sigma 2}$  die Streureaktanzen des Ständers bzw. des Läufers sind. Es sollte darauf hingewiesen werden, dass in dieser Demonstration alle Größen mit Ausnahme der Zeitvariablen  $t$  durch ihre entsprechenden Bezugsgrößen normalisiert sind.

Die mechanische Bewegungsgleichung lautet:

$$M - M_L = \frac{T_A}{\omega_B} \frac{d\omega_m}{dt} + M_{\text{Reib}}, \quad (5)$$

wobei  $M$  das elektromagnetische Drehmoment bzw.  $M_L$  das Lastmoment bzw.  $M_{\text{Reib}} = F_{\text{Reib}} \omega_m$  das Reibmoment sind. Der Parameter  $T_A$  wird durch  $T_A = J_{\text{ges}} \omega_B^3 / 3 U_B I_B p^2$  definiert.  $J_{\text{ges}}$  ist das gesamte Massenträgheitsmoment,  $U_B$  bzw.  $I_B$  sind die Bemessungswerte für Spannung bzw. Strom, außerdem repräsentiert  $p$  die Polpaarzahl.  $\omega_m$  stellt die mechanische Winkelgeschwindigkeit dar. Es gilt in der normierten Form:  $\omega_m = \omega$ . Das elektromagnetische Drehmoment wird wie folgt berechnet

$$M = \frac{X_h}{X_2} \psi_{2x} i_{1y}. \quad (6)$$

Da im Läuferfluss-Koordinatensystem  $\psi_{2x} = |\underline{\Psi}_{2x}|$  gilt, benutzen wir zur besseren Darstellung die Notation

$$\Psi_{2x} = \psi_{2x}. \quad (7)$$

In dieser Arbeit wird davon ausgegangen, dass die Motorparameter bekannt sind. Ein Verfahren zur Bestimmung dieser Parameter mit Berücksichtigung der Sättigung der Hauptinduktivität kann in [7] gefunden werden.

## 2.1 Herleitung der Verluste der ASM

In diesem Abschnitt betrachten wir die einzelnen Verluste der ASM. Die Verluste, die neben den ohmschen Verlusten für die ASM betrachtet werden müssen, sind Eisen-, Reibungs- und Zusatzverluste, siehe [2, 5, 11]. Es sollte darauf hingewiesen werden, dass die Eisen- und Zusatzverluste nur zur Berechnung der Verluste eingesetzt werden und in der Berechnung der Motorströme im letzten Abschnitt keine Rolle spielen. Ziel ist es, die Motorverluste in Form von Funktionen von der Drehzahl, dem Lastmoment und dem Läuferfluss zu beschreiben. Im Folgenden werden diese Verluste ausführlich erklärt.

**Ständerstromverluste:** Die ohmschen Verluste im Ständer entsprechen

$$P_{V,Cu1} = R_1 |\underline{i}_1|^2, \quad (8)$$

wobei folgende Gleichung gilt:  $|\underline{i}_1|^2 = i_{1x}^2 + i_{1y}^2$ . Im stationären Betrieb erhält man aus Glg. (3) bis (6), dass

$$i_{1x} = \frac{\Psi_{2x}}{X_h} \quad (9)$$

$$i_{1y} = \frac{M_w X_2}{X_h \Psi_{2x}} \quad (10)$$

sind, wobei für einen Arbeitspunkt  $(\omega, M_L)$

$$M_w = M_L + M_{\text{Reib}} \quad (11)$$

eine Konstante ist. Setzt man Glg. (9) und (10) in (8) ein, erhält man:

$$P_{V,Cu1} = R_1 \cdot \left( \frac{1}{X_h^2} \Psi_{2x}^2 + \frac{M_w^2 X_2^2}{X_h^2} \frac{1}{\Psi_{2x}^2} \right). \quad (12)$$

**Läuferstromverluste:** Ähnlich wie im Ständer können die ohmschen Verluste für den Läufer aufgeschrieben werden:

$$P_{V,Cu2} = R_2 |\underline{i}_2|^2, \quad (13)$$

wobei  $|\underline{i}_2| = i_{2x}^2 + i_{2y}^2$  gilt. Im stationären Betrieb hat man

$$i_{2x} = 0 \quad (14)$$

$$i_{2y} = -\frac{X_h}{X_2} i_{1y} = -\frac{M_w}{\Psi_{2x}}, \quad (15)$$

wobei  $M_w$  nach Glg. (11) definiert wird. Somit ergibt sich:

$$P_{V,Cu2} = R_2 M_w^2 \frac{1}{\Psi_{2x}^2}. \quad (16)$$

**Eisenverluste:** Eisenverluste entstehen durch die fortwährende Ummagnetisierung des magnetisch wirksamen Eisens [11]. Hauptsächlich wird zwischen Wirbelstromverlusten und Hysterseverlusten unterschieden. In normierter Form werden die erwähnten Eisenverluste in folgender Form überführt:

$$P_{V,Fe} = (k_{hys}\omega_1 + k_w\omega_1^2)|\underline{\Psi}_h|^2. \quad (17)$$

Wie Abb. 1 zeigt, können die Eisenverluste durch einen zusätzlichen Widerstand im Ständerkreis berücksichtigt werden, siehe [11]. Dieser Eisenwiderstand wird oft parallel zur Ständerreaktanz  $X_1$  gewählt. Nach der Glg. (17) wird  $R_{Fe}$  definiert:

$$R_{Fe} = \frac{(\omega_1|\underline{\Psi}_h|)^2}{P_{Fe}}, \quad (18)$$

Darüber hinaus lautet die Formel für den Hauptfluss:

$$\underline{\Psi}_h = \underline{\Psi}_2 - X_{\sigma_2} \underline{i}_2 = \begin{bmatrix} \Psi_{2x} \\ -X_{\sigma_2} i_{2y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_{2x} \\ X_{\sigma_2} \frac{M_w}{\Psi_{2x}} \end{bmatrix}.$$

Danach wird die synchrone Winkelgeschwindigkeit  $\omega_1$  in Glg. (17) als Funktion von  $\Psi_{2x}$  angeschrieben

$$\omega_1 = \omega + R_2 M_w \frac{X_2}{X_h} \frac{1}{\Psi_{2x}^2}. \quad (19)$$

Somit können die Eisenverluste durch die folgende Gleichung beschrieben werden

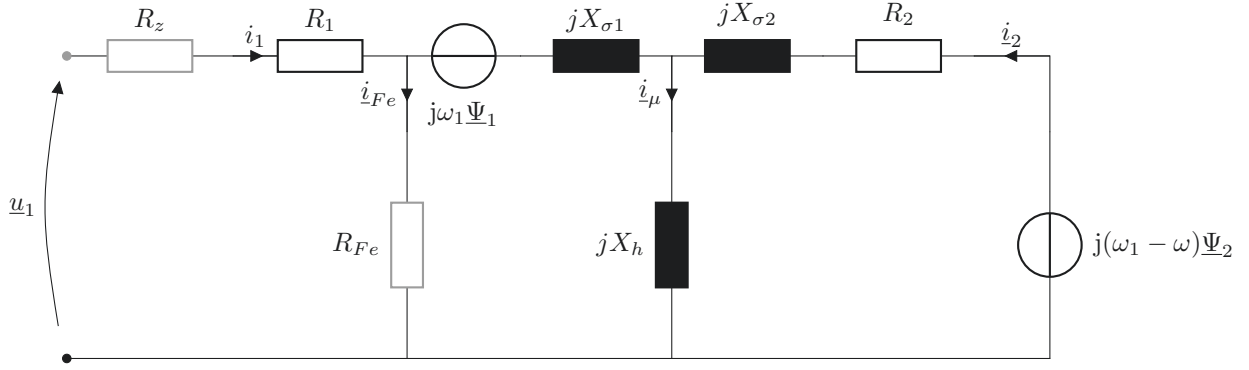
$$\begin{aligned} P_{V,Fe} &= (k_{hys}(\omega_1 + \omega_2) + k_w(\omega_1^2 + \omega_2^2))|\underline{\Psi}_h|^2 \\ &= \left[ k_{hys} \left( \omega + 2R_2 M_w \frac{X_2}{X_h} \frac{1}{\Psi_{2x}^2} \right) + k_w \left( \omega + R_2 M_w \frac{X_2}{X_h} \frac{1}{\Psi_{2x}^2} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + k_w \left( R_2 M_w \frac{X_2}{X_h} \frac{1}{\Psi_{2x}^2} \right)^2 \right] \left( \Psi_{2x}^2 + X_{\sigma_2}^2 M_w^2 \frac{1}{\Psi_{2x}^2} \right). \end{aligned}$$

**Reibungsverluste:** Das Reibmoment ist proportional zur Drehzahl der ASM. Ist das Reibmoment für Bemessungsdrehzahl bekannt, kann es für alle anderen Betriebspunkte aus der folgenden Gleichung ermittelt werden:

$$M_{Reib} = M_{Reib,B} \frac{\omega_m}{\omega_{m,B}}. \quad (20)$$

Die Reibungsverluste ergeben sich daher aus der Multiplikation des Reibmoments mit der mechanischen Winkelgeschwindigkeit

$$P_{Reib} = M_{Reib} \omega_m. \quad (21)$$



**Abb. 1:** Ersatzschaltbild der ASM mit dem Eisenwiderstand  $R_{Fe}$  und dem Widerstand  $R_z$  zur Modellierung der Zusatzverluste.

Für eine konstante Drehzahl sind diese Verluste konstant. Deswegen hat  $P_{V,Reib}$  keinen Einfluss auf die Optimierung des Wirkungsgrads der ASM in einem Betriebspunkt.

**Zusatzverluste:** Neben den Eisenverlusten  $P_{Fe}$ , den ohmschen Verlusten und mechanischen Reibungsverlusten gibt es die Zusatzverluste  $P_{Zus}$ . Diese Verluste ergeben sich:

$$P_{Zus} = P_1 - P_{Fe} - P_{Cu} - P_{Reib}. \quad (22)$$

Die Ursache für die Zusatzverluste sind Oberflächenverluste, Zahnpulsationsverluste durch die Nutung sowie Stromwärmeverluste durch Quer- und Oberwellenströme. Es ist üblich, siehe [4] die Zusatzverluste nach

$$P_{V,Zus} = c_{Zus} P_B \left( \frac{|i_1|}{I_B} \right)^2 = R_z |i_1|^2, \quad (23)$$

zu berechnen, wobei  $c_{Zus}$  eine Konstante ist und  $P_B$  die Bemessungsleistung bezeichnet. Die Zusatzverluste werden üblicherweise dem Ständer zugeschlagen und dort durch einen Zusatzwiderstand  $R_z$  in Reihenschaltung zum Ständerwiderstand, siehe Abb. 1, berücksichtigt, siehe [2]. Unter Bezugnahme auf Glg. (23) sind die Zusatzverluste gleich:

$$P_{V,Zus} = c_{Zus} \left( \frac{P_B}{I_B^2} \right) |i_1|^2 = c_{Zus} \left( \frac{P_B}{I_B^2} \right) \left( \frac{1}{X_h^2} \Psi_{2x}^2 + \frac{M_w^2 X_2^2}{X_h^2} \frac{1}{\Psi_{2x}^2} \right). \quad (24)$$

### 3 Effiziente Flussverkettungsregelung

An dieser Stelle setzt die Hauptidee an, den Wirkungsgrad des Antriebes durch eine optimierte Regelung zu erhöhen. Zu diesem Zweck wird der optimale Sollwert des Läuferflusses analytisch berechnet. Dazu werden wir die gesamten oben vorgestellten Verluste der ASM zur Bestimmung des Wirkungsgrads einsetzen. Daraus ergibt sich eine Kostenfunktion des Wirkungsgrads bezüglich der Drehzahl, des Widerstandsmoments und des Läuferflusses in der Form  $\eta = f(\omega, M_w, \Psi_{2x})$ . Hinzu kommt, dass in der Berechnung des Sollwerts die Begrenzung auf Spannung und Ströme betrachtet werden soll, um sicher zu stellen, dass die berechneten Werte nicht die erlaubten Grenzen überschreiten.

Die Ständerspannung  $u_1$  muss innerhalb des Kreises  $u_{1,\max}$  liegen, d.h.  $u_{1x}^2 + u_{1y}^2 \leq u_{1,\max}^2$ . Diese Spannungen  $u_{1x}$  und  $u_{1y}$  im stationären Betrieb lauten

$$\begin{aligned} u_{1x} &= \frac{R_1}{X_h} \Psi_{2x} - \sigma X_1 \omega_1 i_{1y} \\ &= \frac{R_1}{X_h} \Psi_{2x} - \sigma X_1 \left( \omega + R_2 M_w \frac{X_2}{X_h} \frac{1}{\Psi_{2x}^2} \right) \frac{M_w X_2}{X_h \Psi_{2x}}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} u_{1y} &= R_1 i_{1y} + \frac{X_1}{X_h} \Psi_{2x} \omega_1 \\ &= R_1 \frac{M_w X_2}{X_h \Psi_{2x}} + \frac{X_1}{X_h} \Psi_{2x} \left( \omega + R_2 M_w \frac{X_2}{X_h} \frac{1}{\Psi_{2x}^2} \right). \end{aligned} \quad (26)$$

Darüber hinaus soll der Ständerstrom  $i_1$  innerhalb des Kreises  $i_{1,\max}$  liegen, d.h.  $i_{1x}^2 + i_{1y}^2 \leq i_{1,\max}^2$ . Diese Ströme  $i_{1x}$  und  $i_{1y}$  im stationären Betrieb betragen

$$i_{1x} = \frac{\Psi_{2x}}{X_h}, \quad (27)$$

$$i_{1y} = \frac{M_w X_2}{X_h \Psi_{2x}}. \quad (28)$$

### 3.1 Formulierung Problem

Die Kostenfunktion wird als Wirkungsgrad der ASM definiert

$$\eta = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}}, \quad (29)$$

wobei  $P_{\text{out}} = M_L \omega = \text{konst.}$  und  $P_{\text{in}} = P_{\text{out}} + P_{V,\text{Cu1}} + P_{V,\text{Cu2}} + P_{V,\text{Fe}} + P_{V,\text{Reib}} + P_{V,\text{Zus}}$  sind. Da  $P_{\text{out}} = \text{konst.}$  ist, wird die Kostenfunktion  $\eta$  maximal, wenn die gesamten Verluste  $P_V$ , bzw.  $P_{\text{in}} = P_{\text{out}} + P_V$  minimiert werden. Unter der Annahme  $P_{V,\text{Reib}} = \text{konst.}$ , kann das Optimierungsproblem wie folgt dargestellt werden:

minimiere  $P_V := P_{V,\text{Cu1}} + P_{V,\text{Cu2}} + P_{V,\text{Fe}} + P_{V,\text{Zus}}$

unter den NB  $u_{1x}^2 + u_{1y}^2 \leq u_{1,\max}^2$

$i_{1x}^2 + i_{1y}^2 \leq i_{1,\max}^2$

Nach Eliminierung der Konstanten von der Kostenfunktion  $P_V$  kann die Kostenfunktion bezüglich  $\Psi_{2x}$  in der folgenden Form geschrieben werden

$$f_V(\Psi_{2x}) := \alpha_1 \Psi_{2x}^2 + \alpha_2 \frac{1}{\Psi_{2x}^2} + \alpha_3 \frac{1}{\Psi_{2x}^4} + \alpha_4 \frac{1}{\Psi_{2x}^6}, \quad (30)$$

mit

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &:= \frac{R_1 + c_{\text{Zus}} P_B / I_B^2}{X_h^2} + k_{\text{hys}} \omega + k_w \omega^2, \\
\alpha_2 &:= (k_{\text{hys}} \omega + k_w \omega^2) X_{\sigma 2}^2 M_w^2 + 2k_w R_2^2 M_w^2 \frac{X_2^2}{X_h^2} + (R_1 + c_{\text{Zus}} P_B / I_B^2) M_w^2 \frac{X_2^2}{X_h^2} + R_2 M_w^2, \\
\alpha_3 &:= \left( 2k_{\text{hys}} R_2 M_w \frac{X_2}{X_h} + 2k_w \omega R_2 \frac{M_w X_2}{X_h} \right) X_{\sigma 2}^2 M_w^2, \\
\alpha_4 &:= 2k_w R_2^2 M_w^2 \frac{X_2^2}{X_h^2},
\end{aligned} \tag{31}$$

wobei  $\alpha_i > 0$  für  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ . Es ist einfach zu zeigen, dass die zweite Ableitung von  $f_V(\Psi_{2x})$  für alle Werte  $\Psi_{2x}$  immer positiv ist. Das heißt, dass  $f_V(\Psi_{2x})$  eine konvexe Funktion ist. Deswegen hat  $f$  ein globales Minimum. Um dieses globale Minimum zu berechnen, muss man die Ableitung von  $f_V(\Psi_{2x})$  auf Null setzen. Damit erhält man

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_V(\Psi_{2x})}{\partial \Psi_{2x}} &= 2\alpha_1 \Psi_{2x} - 2\alpha_2 \frac{1}{\Psi_{2x}^3} - 4\alpha_3 \frac{1}{\Psi_{2x}^5} - 6\alpha_4 \frac{1}{\Psi_{2x}^7} = 0 \\
&\Rightarrow \Psi_{2x}^8 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \Psi_{2x}^4 - 2 \frac{\alpha_3}{\alpha_1} \Psi_{2x}^2 - 3 \frac{\alpha_4}{\alpha_1} = 0.
\end{aligned} \tag{32}$$

Mit den Definitionen  $x = \Psi_{2x}^2$  und  $\beta_1 = -\alpha_2/\alpha_1$ ,  $\beta_2 = -2\alpha_3/\alpha_1$  und  $\beta_3 = -3\alpha_4/\alpha_1$  erhält man

$$x^4 + \beta_1 x^2 + \beta_2 x + \beta_3 = 0. \tag{33}$$

Die analytische Lösung für diese Gleichung ist vorhanden und gegeben als:

$$x = \frac{1}{2} \sqrt{2\theta - \beta_1} + \frac{1}{2} \sqrt{-2\theta - \beta_1 - 2 \frac{\beta_2}{\sqrt{2\theta - \beta_1}}}, \tag{34}$$

wobei  $\theta$  eine Lösung für die folgende Gleichung ist

$$8\theta^3 - 4\beta_1 \theta^2 - 8\beta_3 \theta + (4\beta_1 \beta_3 - \beta_2^2) = 0. \tag{35}$$

Mit der Annahme  $\gamma_1 := -1/2\beta_1$ ,  $\gamma_2 := -\beta_3$ ,  $\gamma_3 = 1/8(4\beta_1 \beta_3 - \beta_2^2)$ , kann ein analytischer Wert für  $\theta$  z.B. in [6] gefunden werden. Für  $\Psi_{2x}$  lautet die Lösung mit dieser Berechnung

$$\Psi_{2x}^* = \sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{2\theta - \beta_1} + \frac{1}{2} \sqrt{-2\theta - \beta_1 - 2 \frac{\beta_2}{\sqrt{2\theta - \beta_1}}}}. \tag{36}$$

Wenn  $\Psi_{2x}^*$  die Ungleichheit  $u_{1x}^2 + u_{1y}^2 \leq u_{1,\text{max}}^2$  und  $i_{1x}^2 + i_{1y}^2 \leq i_{1,\text{max}}^2$  nicht erfüllt, muss man den optimalen Wert von  $\Psi_{2x}^*$  auf die Nebenbedingungen projizieren. Zur Vereinfachung der Nebenbedingungen kann man annehmen  $\omega_1 \approx w$ . Dann kann man laut der Gleichungen (25) und (26) schreiben:

$$u_{1x} = \frac{R_1}{X_h} \Psi_{2x} - \sigma X_1 \omega \frac{M_w X_2}{X_h \Psi_{2x}}, \tag{37}$$

$$u_{1y} = R_1 \frac{M_w X_2}{X_h \Psi_{2x}} + \frac{X_1}{X_h} \Psi_{2x} \omega. \tag{38}$$

Daraus folgt

$$u_{1x}^2 + u_{1y}^2 = \left( \frac{R_1^2 + X_1^2 \omega_2^2}{X_h^2} \right) \Psi_{2x}^2 + \left( (\sigma^2 X_1^2 \omega^2 + R_1^2) \frac{M_w^2 X_2^2}{X_h^2} \right) \frac{1}{\Psi_{2x}^2} + 2\omega R_1 M_w. \quad (39)$$

Deshalb kann mit den Definitionen

$$\begin{aligned} p^2 &:= \frac{R_1^2 + X_1^2 \omega_2^2}{X_h^2}, \\ q^2 &:= (\sigma^2 X_1^2 \omega^2 + R_1^2) \frac{M_w^2 X_2^2}{X_h^2}, \\ r^2 &:= \frac{1}{2} (u_{1,\max}^2 - 2\omega R_1 M_w) \end{aligned} \quad (40)$$

die Lösung für die Ungleichung der Spannungsbeschränkung ausdrücken

$$\begin{aligned} p^2 \Psi_{2x}^2 + q^2 \frac{1}{\Psi_{2x}^2} &\leq 2r^2 \Rightarrow \Psi_{2x}^4 - 2(r/p)^2 \Psi_{2x}^2 + (q/p)^2 \leq 0, \\ &\Rightarrow (\Psi_{2x}^2 - (r/p)^2)^2 \leq (r/p)^4 - q^2/p^2, \\ &\Rightarrow l_l := \sqrt{r^2/p^2 - \sqrt{r^4/p^4 - q^2/p^2}} \leq \Psi_{2x} \leq \sqrt{r^2/p^2 + \sqrt{r^4/p^4 - q^2/p^2}} =: l_h. \end{aligned} \quad (41)$$

Die zweite Nebenbedingung ist die Beschränkung für den Ständerstrom. Im stationären Betrieb hat man  $i_{1x} = \Psi_{2x}/X_h$  und  $i_{1y} = \frac{M_w X_2}{X_h \Psi_{2x}}$ . Deshalb kann man schreiben:

$$\begin{aligned} i_{1x}^2 + i_{1y}^2 &= \frac{1}{X_h^2} \Psi_{2x}^2 + \frac{M_w^2 X_2^2}{X_h^2} \frac{1}{\Psi_{2x}^2} \leq i_{1,\max}^2 \\ &\Rightarrow \Psi_{2x}^4 - i_{1,\max}^2 X_h^2 \Psi_{2x}^2 + M_w^2 X_2^2 \leq 0 \\ &\Rightarrow \left( \Psi_{2x}^2 - \frac{1}{2} i_{1,\max}^2 X_h^2 \right)^2 \leq \frac{1}{4} i_{1,\max}^4 X_h^4 - M_w^2 X_2^2 \\ &\Rightarrow l_{l2} := \sqrt{\frac{1}{2} i_{1,\max}^2 X_h^2 - \sqrt{\frac{1}{4} i_{1,\max}^4 X_h^4 - M_w^2 X_2^2}} \leq \Psi_{2x} \leq \\ &\quad \sqrt{\frac{1}{2} i_{1,\max}^2 X_h^2 + \sqrt{\frac{1}{4} i_{1,\max}^4 X_h^4 - M_w^2 X_2^2}} =: l_{h2}. \end{aligned} \quad (42)$$

Mit der Definition der folgenden Menge

$$\mathcal{A} = \left\{ \Psi_{2x} : l_l \leq \Psi_{2x} \leq l_h, \bigcap l_{l2} \leq \Psi_{2x} \leq l_{h2} \right\}, \quad (43)$$

wird der optimale Wert des Flusssollwertes aus der folgenden Gleichung

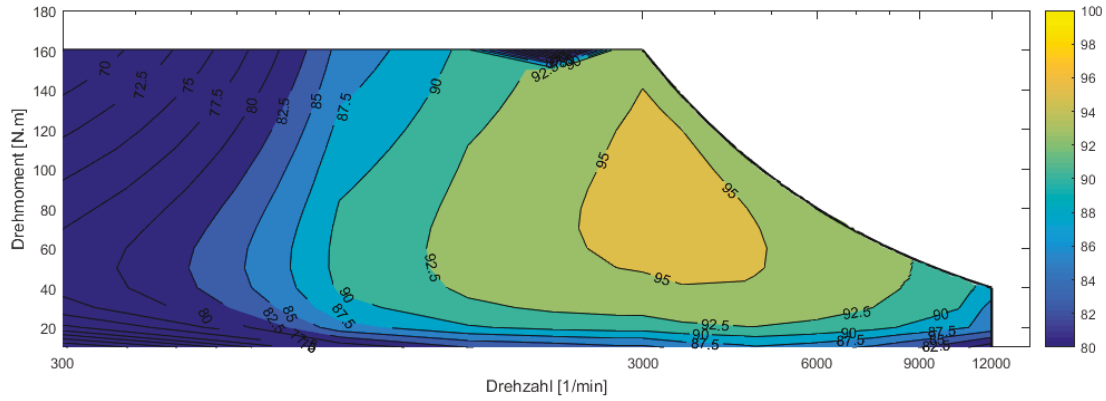
$$\Psi_{2x,\text{Opt}}^* = \text{Proj}(\Psi_{2x}^*, \mathcal{A}) \quad (44)$$

ermittelt.

#### 4 Zusammenfassung der Simulationsergebnisse

Ein für den Einsatz im Elektroautos entworfener dreiphasiger Käfigläufer-Asynchronmotor,  $P_B = 50 \text{ kW}$ ,  $n_B = 2958 \text{ rpm}$ , wird zur Verifizierung des Algorithmus in der Umgebung von MATLAB/ Simulink betrachtet. Die Bemessungsspannung des Motors beträgt  $U_B = 180 \text{ V}$ , der Bemessungsstrom ist  $I_B = 107 \text{ A}$  sowie die Bemessungsfrequenz ist gleich  $f_B = 100 \text{ Hz}$ . Die



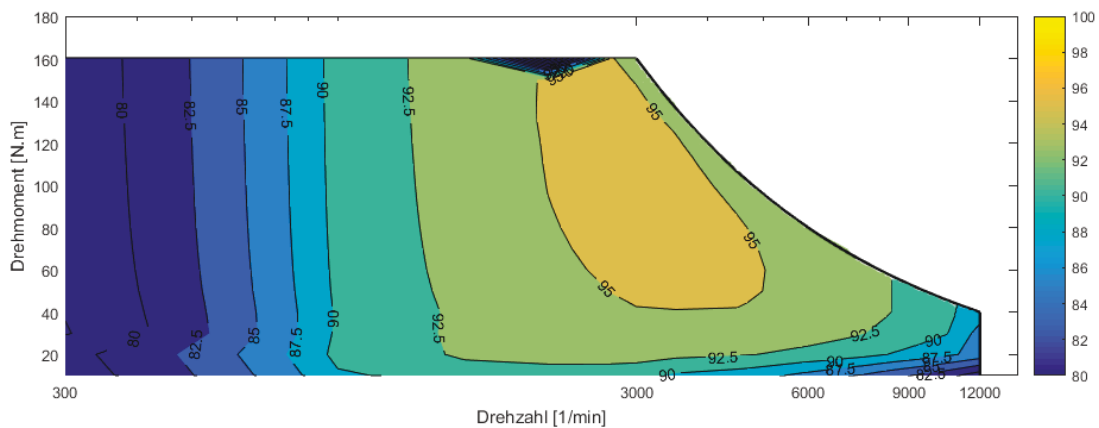


**Abb. 2:** Wirkungsgrad der ASM im stationären Betrieb wenn der Läuferfluss im Grundbetriebsbereich konstant und im Feldschwächbereich proportional zur Inverse der Drehzahl eingestellt wird.

Parameter des Motors in der normierten Form lauten  $R_1 = 0,0257 \text{ pu}$  und  $R_2 = 0,0161 \text{ pu}$  sowie die Streureaktanzen sind  $X_{\sigma 2} = X_{\sigma 1} = 0,0710 \text{ pu}$ . Zur Berechnung der Parameter  $k_{\text{hys}}$  und  $k_w$  wurden zuerst die Eisenverluste durch die Software Opera für verschiedene Arbeitspunkte ermittelt. Die unbekannten Parameter  $k_{\text{hys}}$  und  $k_w$  lauten:

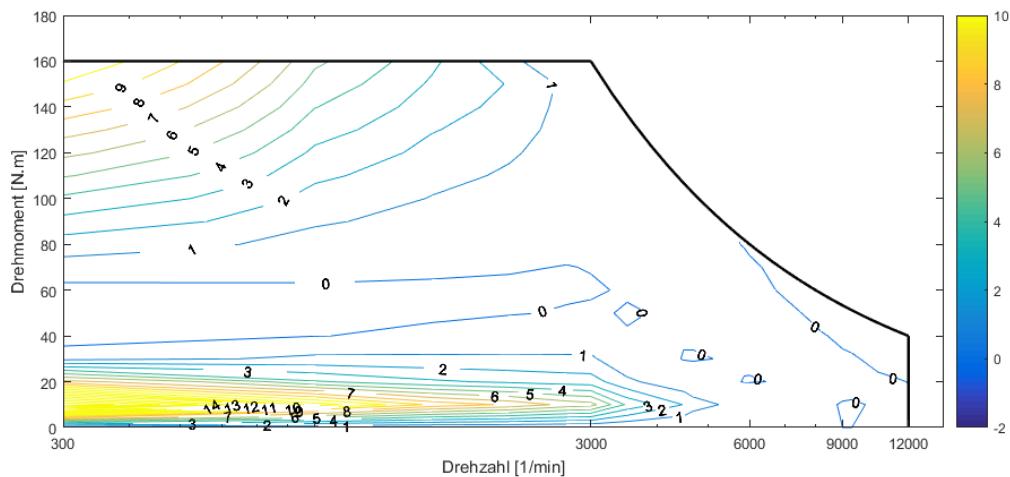
$$k_{\text{hys}} = 1.4960 \text{ und } k_w = 3.8232 \times 10^{-4}.$$

Der Parameter der Zusatzverluste  $c_{\text{Zus}} = 4.5339 \times 10^{-4}$  wurde aus Auslegungsdaten ermittelt. Die Wirkungsgradkennlinie (Muscheldiagramm) des Motors mit dem konstanten Läuferflusses (und Anpassung im Feldschwächbereich) bzw. optimierten Läuferflusses im stationären Betrieb zeigen Abb. 2 bzw. Abb. 3. Diese Diagramme wurden durch das Dividieren der elektrischen Leistung,  $P_{\text{el}} = \frac{3}{2} \underline{u}_1 \cdot \underline{i}_1$ , und mechanischen Leistung,  $P_{\text{mech}} = M_L \omega_m$ , an der Motorwelle berechnet. Die Differenz zwischen der Wirkungsgradkennlinie in Abb. 2 und in Abb. 3 des Mo-



**Abb. 3:** Wirkungsgrad des Motors im stationären Betrieb wenn der Läuferfluss auf die optimierten Werte von  $|\Psi_{2x}|$  angepasst wird.

tors im stationären Betrieb zeigt Abb. 4. Es ist zu erkennen, dass der Wirkungsgrad bis zu 14%



**Abb. 4:** Die Differenz zwischen der Wirkungsgradkennlinie aus dem optimierten Verfahren und dem konstanten Wert.

im Teillastbereich verbessert werden kann.

## 5 Danksagung:

Die Autoren bedanken sich beim Bundesministerium für Wirtschaft und Energie für die finanzielle Förderung des Projektes E-FFEKT, im Rahmen dessen diese Arbeit entstand. Außerdem gilt der Dank für die Zuarbeiten aus den anderen Teilprojekten: Herrn Thomas Pfaff, Herrn Philipp Moritz und Herrn Matthias Saurbier.

## 6 Zusammenfassung

In diesem Beitrag wurde eine analytische Lösung für die Wirkungsgradoptimierung einer ASM vorgestellt. Anhand der Simulationsergebnisse wurde deutlich, dass in Bereichen mit kleinem Lastmoment oder kleiner Drehzahl eine große Verbesserung des Wirkungsgrads erzielt werden kann. Da die Umsetzung der analytischen Lösung den Berechnungsaufwand des Optimierungsproblems dramatisch reduziert, ist der vorgestellte Algorithmus zum Einsatz in den Anwendungen sehr vorteilhaft.

## Literatur

- [1] Al-Issa, R.; Sarhan, H.; Al-Khawaldeh, I. D.: Modeling and Simulation of Flux-Optimized Induction Motor Drive. Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology, Volume 2, Nr. 6, S. 603-613, 2010
- [2] Arnold, H.: Ein Beitrag zur Identifikation der Parameter der Asynchronmaschine im geregelten Betrieb. Diss. TU Bergakademie Freiberg, 2006
- [3] Beckert, U.: Optimierung der Regelkreise der Feldorientierten Regelung (FOR), Skriptum für Nichtelektrotechniker. TU Freiberg, 2011.

- [4] DIN EN 60034-28: Drehende elektrische Maschinen-Teil 28: Prüfverfahren zur Bestimmung der Ersatzschaltbildgrößen dreiphasiger Niederspannungs-Käfigläufer-Asynchronmotoren.VDE 0530-28, 2013
- [5] Hartnuß, H.; Rust, St.: Vergleich genormter Verfahren zur Bestimmung des Wirkungsgrades von Induktionsmaschine, Electrical Engineering, Volume 81, Nr. 5, S. 281-290, Springer-Verlag, 1998
- [6] Janson, S.: Roots of polynomials of degree 3 and 4, <https://arxiv.org/pdf/1009.2373.pdf>, 2010
- [7] Kouhi, Y; Kertzsch, J: Eine nichtlineare Methode zur Online-Identifikation elektrischer Parameter einer Asynchronmaschine, In Proceeding of the 68 BHT-Kolloquium TU Bergakademie Freiberg, S. 380–385, 2017
- [8] Mecke, R.: Energy-efficient control of induction machines with variable rotor flux, In Proceedings 15th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE), S. 1-10, 2013
- [9] Pfaff., G.: Regelung elektrischer Antriebe I: Eigenschaften, Gleichungen und Struktur-bilder der Motoren, Methoden der Regelungs- und Automatisierungstechnik, De Gruyter, 1994.
- [10] Qu, Z.; Ranta, M.: Hinkkanen, M.; Luomi, J.: Loss-Minimizing Flux Level Control of Induction Motor Drives. IEEE Transactions on Industry Applications. Volume 48, Nr. 3, S. 952-961, 2012.
- [11] Quang, N.P.; Dittrich, J.A.: Praxis der feldorientierten Drehstromantriebsregelungen. Expert-Verlag, 1999.